



例題1

次のアとイにあてはまる数を求めなさい。ただしアとイは整数で  $ア < イ$  とします。

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ}$$

答え ア：3，イ：15

[例題1の解説]

$\frac{1}{2}$  や  $\frac{1}{5}$  や  $\frac{1}{30}$  のように分子が1の分数を<sup>たんいぶんすう</sup>単位分数といいます。

$\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  や  $\frac{5}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}$  のように、ある分数を単位分数の和の形で表したものをエジプト分数といいます。

$\frac{2}{5}$  を2つの単位分数の和の形で表す方法を考えます。

$\frac{2}{5} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ}$  の式の形を変えると  $\frac{2}{5} - \frac{1}{ア} = \frac{1}{イ}$  となります。 ※  $6=2+4$  を  $6-2=4$  とするのと同じです。

つまり、 $\frac{2}{5}$  から単位分数の  $\frac{1}{ア}$  をひいて、のこりが  $\frac{1}{イ}$  のような単位分数になればよいということになります。

では  $\frac{2}{5}$  から引くことができるもっとも大きな単位分数を見つけます。

このとき (分母)÷(分子)= $5 \div 2=2.5$  なので2.5より大きくもっとも近い整数である3を分母にした単位分数  $\frac{1}{3}$  が  $\frac{2}{5}$  から

引くことができるもっとも大きな分数です。

$\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$  より  $\frac{1}{3}$  をひくと  $\frac{1}{15}$  という単位分数が出てきました。よって  $ア=3$ ， $イ=15$  が答えです。

※ この問題では  $\frac{1}{3}$  をひくと  $\frac{1}{15}$  という単位分数が出てきましたが、単位分数が出てこない場合は  $\frac{1}{4}$ ， $\frac{1}{5}$ ，… と

試していきます。



例題2

次のアとイにあてはまる数の組み合わせを2組求めなさい。ただしアとイは整数で  $ア < イ$  とします。

$$\frac{7}{24} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ}$$

例えば  $ア=2, イ=4$  のときは  $(2, 4)$  という形で答えなさい。

答え  $(4, 24), (6, 8)$

[例題2の解説]

$\frac{7}{24} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ}$  の式の形を変えると  $\frac{7}{24} - \frac{1}{ア} = \frac{1}{イ}$  となります。

では  $\frac{7}{24}$  から引くことができるもっとも大きな分数を見つけます。

$\frac{7}{24}$  の (分母)÷(分子)= $24 \div 7 = 3.4\cdots$  なので  $3.4\cdots$  より大きくもっとも近い整数である4を分母にした単位分数  $\frac{1}{4}$  が  $\frac{7}{24}$  から

引くことができるもっとも大きな分数です。

$\frac{7}{24} - \frac{1}{4} = \frac{1}{24}$  より  $(4, 24)$  でエジプト分数になります。

もう1つの組み合わせを探します。

$\frac{1}{4}$  を使ったので、次はそれよりも小さな分数  $\frac{1}{5}$  で試みます。

$\frac{7}{24} - \frac{1}{5} = \frac{11}{120}$  より  $\frac{11}{120}$  は単位分数ではないのでエジプト分数にはなりません。

次に  $\frac{1}{6}$  で試みます。

$\frac{7}{24} - \frac{1}{6} = \frac{1}{8}$  より  $(6, 8)$  でエジプト分数になります。



次に $\frac{1}{7}$ で試します。

$\frac{7}{24} - \frac{1}{7} = \frac{25}{168}$  より  $\frac{25}{168}$  は単位分数ではないのでエジプト分数にはなりません。

次に $\frac{1}{8}$ で試します。

$\frac{7}{24} - \frac{1}{8} = \frac{1}{6}$  より (8, 6) でエジプト分数になりますが、アのほうが大きくなってしまっているので答えにはなりません。

同じように  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{10}$ , ... と試して単位分数が出てきたとしてもアのほうが大きくなってしまっているので答えにはなりません。

よって (4, 24), (6, 8) の2通りが答えです。

アのほうがイよりも小さいので、 $\frac{1}{ア}$  は  $\frac{1}{イ}$  よりも大きくなるはずです。

$\frac{7}{24}$  を  $\frac{1}{ア}$  と  $\frac{1}{イ}$  の和で表すので、 $\frac{1}{ア}$  は  $\frac{7}{24}$  の半分よりも大きくなければなりません。

このように考えることで  $\frac{1}{ア}$  でどこまで試せばよいかわかります。



(別解)

24の約数は 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 です。

$\frac{7}{24} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ}$  なので7を24の約数の和の形で表します。

このとき次の2通りが考えられます。

$$7=6+1 \quad \cdots \text{式1}$$

$$7=4+3 \quad \cdots \text{式2}$$

式1を24で割ります。

$$\frac{7}{24} = \frac{6}{24} + \frac{1}{24} \rightarrow \frac{7}{24} = \frac{1}{4} + \frac{1}{24} \quad \text{よって (ア, イ)=(4, 24)}$$

式2を24で割ります。

$$\frac{7}{24} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} \rightarrow \frac{7}{24} = \frac{1}{6} + \frac{1}{8} \quad \text{よって (ア, イ)=(6, 8)}$$



## 例題と解説

### 例題3

次のア，イ，ウにあてはまる数の組み合わせを2組求めなさい。ただしア，イ，ウは整数で  $ア < イ < ウ$  とします。

$$\frac{11}{12} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ}$$

例えば ア=2，イ=4，ウ=8 のときは (2, 4, 8) という形で答えなさい。

答え (2, 3, 12), (2, 4, 6)

[例題3の解説]

$$\frac{11}{12} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ} \text{ の式の形を変えると } \frac{11}{12} - \frac{1}{ア} = \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ}$$

$12 \div 11 = 1.09\dots$  なので1.09…より大きくもっとも近い整数である2を分母にした単位分数  $\frac{1}{2}$  が  $\frac{11}{12}$  から引くことができる

もっとも大きな分数です。

$$\frac{11}{12} - \frac{1}{2} = \frac{5}{12} \text{ より } \frac{5}{12} = \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ} \text{ となります。}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ} \text{ の式の形を変えると } \frac{5}{12} - \frac{1}{イ} = \frac{1}{ウ}$$

$12 \div 5 = 2.4$  なので2.4より大きくもっとも近い整数である3を分母にした単位分数  $\frac{1}{3}$  が  $\frac{5}{12}$  から引くことができる

もっとも大きな分数です。

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \text{ より } (2, 3, 12) \text{ でエジプト分数になります。}$$

次に ア=2 のままで別の組み合わせを探します。

$$ア=2 \text{ のとき } \frac{5}{12} = \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ} \text{ で式の形を変えると } \frac{5}{12} - \frac{1}{イ} = \frac{1}{ウ}$$

イ=3 はすでに試したので、次に イ=4 で試します。



$\frac{5}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{6}$  より (2, 4, 6) でエジプト分数になります。

$\frac{1}{イ}$  は  $\frac{5}{12}$  の半分より大きくなければならないので、 $\frac{5}{12}$  の半分より小さい  $\frac{1}{5}$  以下は試す必要がありません。

ア=2 の場合はすべて試したので、次に ア=3 で試します。

$\frac{11}{12} - \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$  より  $\frac{7}{12} = \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ}$  となります。

ア=3 なので イ=4 で試します。

$\frac{7}{12} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$  より ア=ウ となってしまうので答えにはなりません。

$\frac{1}{ア}$  は  $\frac{11}{12}$  の3分の1よりも大きくなければならないので、ア=4 以下は試す必要がありません。

よって答えは (2, 3, 12), (2, 4, 6)



(別解)

12の約数は 1, 2, 3, 4, 6, 12 です。

$\frac{11}{12} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ}$  なので11を12の約数の和の形で表します。

このとき次の2通りが考えられます。

$$11 = 6 + 4 + 1 \quad \cdots \text{式1}$$

$$11 = 6 + 3 + 2 \quad \cdots \text{式2}$$

式1を12で割ります。

$$\frac{11}{12} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{1}{12} \rightarrow \frac{11}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \quad \text{よって (ア, イ, ウ) = (2, 3, 12)}$$

式2を12で割ります。

$$\frac{11}{12} = \frac{6}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} \rightarrow \frac{11}{12} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \quad \text{よって (ア, イ, ウ) = (2, 4, 6)}$$



例題4

次のア，イ，ウにあてはまる数の組み合わせを2組求めなさい。

ただしア，イ，ウは整数で  $ア < イ < ウ$  とします。

$$\frac{227}{740} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ}$$

例えば  $ア=2$ ， $イ=4$ ， $ウ=8$  のときは  $(2, 4, 8)$  という形で答えなさい。

答え  $(4, 20, 148)$ ， $(5, 10, 148)$

[例題4の解説]

$$\frac{227}{740} = \frac{1}{ア} + \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ} \text{ の式の形を変えると } \frac{227}{740} - \frac{1}{ア} = \frac{1}{イ} + \frac{1}{ウ}$$

$740 \div 227 = 3.2\dots$  なので  $ア=4$  で試してみます。

$$\frac{227}{740} - \frac{1}{4} = \frac{21}{370} \text{ より } \frac{21}{370} - \frac{1}{イ} = \frac{1}{ウ} \text{ となりますが、数が大きいのでこの方法では大変です。}$$

このような場合には約数で考えます。

740の約数は  $1, 2, 4, 5, 10, 20, 37, 74, 148, 185, 370, 740$  です。

このうち3つの和が227になる組み合わせを2通り探します。

$$227 = 185 + 37 + 5 \quad \dots \text{ 式1}$$

$$227 = 148 + 74 + 5 \quad \dots \text{ 式2}$$

式1を740で割ります。

$$\frac{227}{740} = \frac{185}{740} + \frac{37}{740} + \frac{5}{740} \rightarrow \frac{227}{740} = \frac{1}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{148} \text{ よって } (ア, イ, ウ) = (4, 20, 148)$$

式2を740で割ります。

$$\frac{227}{740} = \frac{148}{740} + \frac{74}{740} + \frac{5}{740} \rightarrow \frac{227}{740} = \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{148} \text{ よって } (ア, イ, ウ) = (5, 10, 148)$$



ポイントまとめ

- $\frac{1}{2}$  や  $\frac{1}{5}$  や  $\frac{1}{30}$  のように分子が1の分数を<sup>たんいぶんすう</sup>単位分数といいます。
- $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$  や  $\frac{5}{7} = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{14}$  のように、ある分数を単位分数の和の形で表したものをエジプト分数といいます。
- 単位分数を次々ひいてエジプト分数の組み合わせを探します。
- 約数の和の形で表して見つける方法もあります。
- 単位分数を次々とひく方法と約数を使う方法を問題によって使い分けられるようにしましょう。