



例題と解説

例題 1

$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$ のように7を4回かけたときの一の位は1です。では7を150回かけたときの一の位の数を求めなさい。

答え 9

[例題 1 の解説]

7を何回かかけたときの一の位がどのような^{しら}になるかを調べます。

$7=7$	→	7
$7 \times 7 = 49$	→	9
$7 \times 7 \times 7 = 343$	→	3
$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$	→	1
$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 160807$	→	7
$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 117649$	→	9
$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 823543$	→	3
$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 5764801$	→	1
$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 40353607$	→	7

一の位は 7 , 9 , 3 , 1 , 7 , 9 , 3 , 1 , 7 , … となるので 7 , 9 , 3 , 1 のくり返しになっていることがわかります。

つまり、7を150回かけたときの一の位は 7 , 9 , 3 , 1 , 7 , 9 , 3 , 1 , 7 , 9 , … の150番目の数です。

(1周期の個数)=4(個)

$150 \div 4 = 37(\text{周期}) \cdots 2(\text{個})$

よって 7を150回かけたときの一の位は1周期の2個目なので9であることがわかります。

※ 試してみると^{しゅうきせい}周期性が見つかる問題は中学入試でとてもよく出題されます。



例題と解説

(別解)

7を何回かかけたときの一の位がどのような^{しら}になるかを調べます。

このとき、一の位だけであれば一の位どうしのかけ算で求めることができます。

(例) 2498×5097 の一の位を求めます。

$(2498 \text{ の一の位}) = 8$, $(5097 \text{ の一の位}) = 7$

よって $8 \times 7 = 56$ より 2498×5097 の一の位は6であることがわかります。

一の位を求めるために 2498×5097 を^{じっさい}実際に計算する必要はありません。

$7 = 7$	→	7
$7 \times 7 = 49$	→	9
$9 \times 7 = 63$	→	3
$3 \times 7 = 21$	→	1
$1 \times 7 = 7$	→	7
$7 \times 7 = 49$	→	9
$9 \times 7 = 63$	→	3
$3 \times 7 = 21$	→	1
$1 \times 7 = 7$	→	7

一の位は 7 , 9 , 3 , 1 , 7 , 9 , 3 , 1 , 7 , … となるので 7 , 9 , 3 , 1 のくり返しになっていることがわかります。

つまり、7を150回かけたときの一の位は 7 , 9 , 3 , 1 , 7 , 9 , 3 , 1 , 7 , 9 , … の150番目の数です。

$(1 \text{ 周期の個数}) = 4(\text{個})$

$150 \div 4 = 37(\text{周期}) \cdots 2(\text{個})$

よって 7を150回かけたときの一の位は1周期の2個目なので9であることがわかります。



例題と解説

例題 2

$\frac{4}{7}$ を小数に直したとき、小数第200位の数を求めなさい。

答え 7

[例題 2 の解説]

$$4 \div 7 = 0.5714285714285 \dots$$

小数点以下が 5 , 7 , 1 , 4 , 2 , 8 のくり返しになっています。

つまり、 $\frac{4}{7}$ を小数に直したとき、小数第200位の数は 5 , 7 , 1 , 4 , 2 , 8 , 5 , 7 , 1 , 4 , 2 , $\dots$ の200番目の数です。

$$(1 \text{ 周期の個数}) = 6 (\text{個})$$

$$200 \div 6 = 33 (\text{周期}) \dots 2 (\text{個})$$

よって $\frac{4}{7}$ を小数に直したとき、小数第200位の数は1周期の2個目なので7であることがわかります。



例題と解説

例題 3

$\frac{17}{28}$ を小数に直したとき、小数第1位から小数第90位までの数の和を求めなさい。

答え 398

[例題 3 の解説]

$$17 \div 28 = 0.607142857142 \cdots$$

小数第2位までは 6 , 0

小数点第3位以下が 7 , 1 , 4 , 2 , 8 , 5 のくり返しになっています。

小数第3位以下を考えます。

$$(1 \text{ 周期の個数}) = 6 (\text{個})$$

$$\text{小数第3位から小数第90位までは } 90 - 2 = 88 (\text{個})$$

$$88 \div 6 = 14 (\text{周期}) \cdots 4 (\text{個})$$

$$(1 \text{ 周期の和}) = 7 + 1 + 4 + 2 + 8 + 5 = 27$$

$$14 \text{ 周期と } 4 \text{ 個}(7, 1, 4, 2) \text{ なので } 27 \times 14 + 7 + 1 + 4 + 2 = 392$$

$$\text{小数第1位と2位を足して } 392 + 6 + 0 = 398$$

ポイントまとめ

- ・ 試してみることで しゅうきせい 周期性が見つかる問題は中学入試でとてもよく出題されます。
- ・ 一の位だけであれば一の位どうしのかけ算で求めることができます。
 2498×5097 の一の位は $8 \times 7 = 56$ より6となります。