



例題と解説

例題 1

循環小数 0.3333... を分数に直しなさい。

答え $\frac{1}{3}$

[例題 1 の解説]

同じ数字がくり返されている小数を循環^{じゆんかん}小数^{しょうすう}といいます。

循環小数 0.1111... を分数に直すと $1 \div 9 = \frac{1}{9}$ です。

循環小数 0.01010101... を分数に直すと $1 \div 99 = \frac{1}{99}$ です。

循環小数 0.001001001001... を分数に直すと $1 \div 999 = \frac{1}{999}$ です。

循環小数 0.0001000100010001... を分数に直すと $1 \div 9999 = \frac{1}{9999}$ です。

循環小数を分数に直す場合はこれらをもとに考えます。覚えておきましょう。

0.3333... は 0.1111... の3倍です。

$$0.3333... = 0.1111... \times 3$$

$$0.1111... = \frac{1}{9} \text{ より } 0.3333... = \frac{1}{9} \times 3 = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

0.3333... を分数に直すと $\frac{1}{3}$ になります。

確かめておきましょう。

$$\frac{1}{3} = 1 \div 3 = 0.3333...$$

$$\begin{array}{ccc} 0.111... & = & \frac{1}{9} \\ \text{3倍} \swarrow & & \searrow \text{3倍} \\ 0.333... & = & \frac{3}{9} \end{array}$$



例題と解説

例題 2

じゆんかん
循環小数 0.121212... を分数に直しなさい。

答え $\frac{4}{33}$

[例題 2 の解説]

小数点以下が12のくり返しになっている循環小数です。

0.121212... は 0.010101... の12倍です。

$$0.121212\cdots = 0.010101\cdots \times 12$$

循環小数 0.010101... を分数に直すと $1 \div 99 = \frac{1}{99}$ です。

$$0.010101\cdots = \frac{1}{99} \text{ より } 0.121212\cdots = \frac{1}{99} \times 12 = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$$

確かめておきましょう。

$$\frac{4}{33} = 4 \div 33 = 0.121212\cdots$$

$$\begin{array}{ccc} 0.010101\cdots & = & \frac{1}{99} \\ \uparrow 12\text{倍} & & \downarrow 12\text{倍} \\ 0.121212\cdots & = & \frac{12}{99} \end{array}$$



例題と解説

例題 3

じゆんかん
循環小数 0.315315315... を分数に直しなさい。

答え $\frac{35}{111}$

[例題 3 の解説]

小数点以下が315のくり返しになっている循環小数です。

0.315315315... は 0.001001001... の315倍です。

$$0.315315315... = 0.001001001... \times 315$$

循環小数 0.001001001... を分数に直すと $1 \div 999 = \frac{1}{999}$ です。

$$0.001001001... = \frac{1}{999} \text{ より } 0.315315315... = \frac{1}{999} \times 315 = \frac{315}{999} = \frac{35}{111}$$

確かめておきましょう。

$$\frac{35}{111} = 35 \div 111 = 0.315315315...$$

$$\begin{array}{lcl} 0.001001001... & = & \frac{1}{999} \\ \text{315倍} \swarrow & & \searrow \text{315倍} \\ 0.315315315... & = & \frac{315}{999} \end{array}$$



例題 4

循環小数 $0.06666\cdots$ を分数に直しなさい。

答え $\frac{1}{15}$

[例題 4 の解説]

小数第 2 位から 6 のくり返しになっていますが、小数第 1 位は 0 になっています。

循環小数で小数第 1 位からくり返しになっているものを じゅんじゅんかんしょうすう 純循環小数 といいます。

(純循環小数の例) $0.111\cdots$, $0.030303\cdots$, $0.215215215\cdots$

循環小数で小数第 2 位以下からくり返しになっているものを こんごうじゅんかんしょうすう 混合循環小数 といいます。

(混合循環小数の例) $0.0111\cdots$, $0.5222\cdots$, $0.71989898\cdots$

$0.111\cdots = \frac{1}{9}$ や $0.010101\cdots = \frac{1}{99}$ を利用して循環小数を分数に直すためには純循環小数でなければなりません。

$0.0666\cdots$ は小数第 1 位に 0 があり、混合循環小数なので、形を変えて純循環小数をふくんだ式で表します。

$0.0666\cdots$ は $0.666\cdots$ を 10 で割った数、つまり $\frac{1}{10}$ 倍にした数です。

また $0.666\cdots = 0.111\cdots \times 6 = \frac{1}{9} \times 6$ なので、まとめると次のようになります。

$$0.0666\cdots = 0.666\cdots \times \frac{1}{10} = \frac{1}{9} \times 6 \times \frac{1}{10} = \frac{6}{90} = \frac{1}{15} \text{ となります。}$$

混合循環小数を分数に直すときは形を変えて純循環小数をふくんだ式で表しましょう。



例題 5

循環小数 $0.8216216216\cdots$ を分数に直しなさい。

答え $\frac{152}{185}$

[例題 5 の解説]

$0.8216216216\cdots$ は小数第 1 位が 8 で小数第 2 位から 216 のくり返しになっている混合循環小数です。

$0.8216216216\cdots$ のままでは分数に直すことができないので、純循環小数とその他に分けます。

$$0.8216216216\cdots = 0.8 + 0.0216216216\cdots$$

次に 0.8 を分数にして $0.0216216216\cdots$ を $0.216216216\cdots \times \frac{1}{10}$ にします。

$$0.8 + 0.0216216216\cdots = \frac{8}{10} + 0.216216216\cdots \times \frac{1}{10}$$

$0.216216216\cdots$ は $0.001001001\cdots$ の 216 倍なので、 $0.216216216\cdots = 0.001001001\cdots \times 216 = \frac{1}{999} \times 216$

$$\text{よって } \frac{8}{10} + 0.216216216\cdots \times \frac{1}{10} = \frac{4}{5} + \frac{1}{999} \times 216 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{5} + \frac{216}{9990} = \frac{4}{5} + \frac{8}{370} = \frac{296}{370} + \frac{8}{370} = \frac{304}{370} = \frac{152}{185}$$



ポイントまとめ

- 同じ数字がくり返されている小数を^{じゅんかんしょうすう}循環小数といいます。
- 循環小数 $0.1111\cdots$ を分数に直すと $1\div 9=\frac{1}{9}$ です。
- 循環小数 $0.01010101\cdots$ を分数に直すと $1\div 99=\frac{1}{99}$ です。
- 循環小数 $0.001001001001\cdots$ を分数に直すと $1\div 999=\frac{1}{999}$ です。
- 循環小数 $0.0001000100010001\cdots$ を分数に直すと $1\div 9999=\frac{1}{9999}$ です。
- 循環小数で小数第1位からくり返しになっているものを^{じゅんじゅんかんしょうすう}純循環小数といいます。
(純循環小数の例) $0.111\cdots$, $0.030303\cdots$, $0.215215215\cdots$
- 循環小数で小数第2位以下からくり返しになっているものを^{こんごうじゅんかんしょうすう}混合循環小数といいます。
(混合循環小数の例) $0.0111\cdots$, $0.5222\cdots$, $0.71989898\cdots$
- 混合循環小数を分数に直すときは形を変えて純循環小数をふくんだ式で表します。