



例題と解説

例題 1

30人のクラスで1人につき1票を投票して代表者1人を選びます。確実に当選するために必要な票数は最低何票ですか。

答え 16票

[例題 1 の解説]

30人なので全部で30票あります。

仮に10票をとっても、他のだれかが11票とれば負けてしまいます。

当選するのが1人だけの場合、票を過半数（半分より多く）とれば当選が確実になります。

全部で30票あるので半分は $30 \div 2 = 15$ (票) です。

15票より票を多くとれば当選が確実になります。

よって当選が確実になるには最低 $15 + 1 = 16$ (票) が必要であることがわかります。



例題 2

35人のクラスで、立候補りっこうほした4人のうちだれか1人に投票をして代表者1人を選びます。

確実に当選するために必要な票数は最低何票ですか。ただし1人につき1票を投票します。

答え 18票

[例題 2 の解説]

当選するのが1人だけの場合、当選が確実にするために必要な最低の票数は立候補の人数に関係ありません。

よってA君は35票の過半数をとれば当選が確実にになります。

$35 \div 2 = 17.5$ (票) より 当選が確実にするために必要な最低の票数は18票です。

「35人のクラスで1人につき1票を投票とうひょうして代表者1人を選びます。当選とうせんが確実にするために必要な最低の票数ひょうすうを求めなさい。」
という問題と同じです。



例題3

ある学校の生徒437人が1人1票ずつ投票して、立候補した10人から代表者3人を選びます。
確実に当選するために必要な票数は最低何票ですか。

答え 110票

[例題3の解説]

代表者3人の選ぶので、437票を $3+1=4$ の4等分した票よりも多く票をとれば当選が確実にになります。

$$437 \div 4 = 109.25(\text{票})$$

よって確実に当選するために必要な票数は最低110票です。



例題4

ある学校の生徒340人が1人1票ずつ投票して、立候補したA, B, C, Dの4人から代表者1人を選びます。

このとき次の問いに答えなさい。

- (1) Aが確実に当選するために必要な票数は最低何票ですか。
- (2) Aが当選したとき、A君の票数はもっとも少なくて何票ですか。

答え (1) 171票 (2) 86票

[例題4の解説]

- (1) 代表者1人を選ぶので過半数をとれば当選が確実にになります。

$$340 \div 2 = 170(\text{票})$$

よって 171票

- (2) 確実に当選できる場合ではなく、もっとも少ない票で当選する場合のAの票数を求めます。

もっとも少ない票で当選できる場合は立候補者の票数の差がもっとも少ない場合です。

$$340 \text{票を} 4 \text{人で} 4 \text{等分すると } 340 \div 4 = 85(\text{票})$$

よってAは86票で他の3人が85票, 85票, 84票の場合にもっとも少ない票で当選することができます。



例題と解説

例題5

37人のクラスの中から、がっきゅう いしん学級委員を1人選びます。A, B, C, Dの4人が立候補し、37人全員が1人1票ずつ投票します。20票をかいひょう開票したところ4人の票は下のようになりました。Aが確実に当選するためには最低でもあと何票必要ですか。

A	B	C	D
5	8	5	2

答え 11票

[例題5の解説]

37票のうち20票を開票したので、のこりは $37 - 20 = 17$ (票)

Aが当選するためにはBに勝つ必要があります。

AがBと同じ票数になると図1のようになります。

のこりの票は $17 - 3 = 14$ (票)

のこり14票のうち過半数をAがとればBには負けないので当選が確実にになります。

$14 \div 2 = 7$ (票) より さらに8票とればいいので図2のようになれば当選確実です。

よってあと $16 - 5 = 11$ より11票とればよいことがわかります。

(別解)

AはBときそ競います。AとBの票の和は $5 + 8 = 13$ (票)

のこりの票(未開票)は $37 - 20 = 17$ (票)

AとBの票とのこりの票の和は $13 + 17 = 30$ (票)

この30票のうち、過半数をとれば当選が確実にになります。

$30 \div 2 = 15$ (票) 過半数は $15 + 1 = 16$ (票)

よってAはあと $16 - 5 = 11$ (票) で当選が確実にになります。

図1

A	B	C	D
8	8	5	2

図2

A	B	C	D
16	8	5	2



例題6

45人のクラスの中から、^{がっきゅういじん}学級委員を1人選びます。A, B, C, D, Eの5人が^{りっとうほ}立候補し、45人全員が1人1票ずつ^{とうひょう}投票します。開票の^{とちゅう}途中で5人の票は表1のようになりました。A~Eの5人があと最低何票とれば当選が確実になるかを表2に書き入れなさい。ただし表1の時点で当選がすでに確実な人は○を、^{らくせん}落選（当選できないこと）が^{かくじつ}確実な人には×を書きなさい。

表1

A	B	C	D	E
7	5	12	1	9

表2

A	B	C	D	E

答え 省略

[例題6の解説]

$7+5+12+1+9=34$ (票) より34票が開票されているので、のこりは $45-34=11$ (票)

Aについて考えます。

Aは1位のCに勝たなければなりません。Aはあと5票でCと同じ票数になります。このときのこりは6票です。

この6票のうち過半数をAがとれば確実に当選できます。6票の過半数は4票です。

よってAは $5+4=9$ よりあと最低9票とれば当選が確実になります。

Bについて考えます。

Bは1位のCに勝たなければなりません。Bはあと7票でCと同じ票数になります。このときのこりは4票です。

この4票のうち過半数をBがとれば確実に当選できます。4票の過半数は3票です。

よってBは $7+3=10$ よりあと最低10票とれば当選が確実になります。



例題と解説

Cについて考えます。

Cは2位のEに負けないようにしなければなりません。Eはあと3票でCと同じ票数になります。このときのこりは8票です。

この8票のうち過半数をCがとれば確実に当選できます。8票の過半数は5票です。

よってCはあと最低5票とれば当選が確実にになります。

Dについて考えます。

Dは1位のCに勝たなければなりません。Dはあと11票でCと同じ票数になります。このときのこりは0票です。

よってDは11票をとってもCと同じ12票になり当選ができないので×です。

Eについて考えます。

Eは1位のCに勝たなければなりません。Eはあと3票でCと同じ票数になります。このときのこりは8票です。

この8票のうち過半数をEがとれば確実に当選できます。8票の過半数は5票です。

よってEは $3+5=8$ よりあと最低8票とれば当選が確実にになります。

まとめると答えは右図のようになります。

A	B	C	D	E
9	10	5	×	8



例題と解説

(別解)

のこりの票は11票です。開票途中でトップの人から考えます。ライバルはだれかを常に意識しましょう。

1位のCは2位のEと競います。 $C+E=12+9=21$ (票) これにのこりの票を加えて $21+11=32$ (票)

32票の過半数をとればいいので $32\div 2=16$ (票) $16+1=17$ (票) になれば当選確実です。

よってCはあと $17-12=5$ (票) で当選確実

2位のEは1位のCと競います。 $E+C=9+12=21$ (票) これにのこりの票を加えて $21+11=32$ (票)

32票の過半数をとればいいので $32\div 2=16$ (票) $16+1=17$ (票) になれば当選確実です。

よってEはあと $17-9=8$ (票) で当選確実

3位のAは1位のCと競います。 $A+C=7+12=19$ (票) これにのこりの票を加えて $19+11=30$ (票)

30票の過半数をとればいいので $30\div 2=15$ (票) $15+1=16$ (票) になれば当選確実です。

よってAはあと $16-7=9$ (票) で当選確実

4位のBは1位のCと競います。 $B+C=5+12=17$ (票) これにのこりの票を加えて $17+11=28$ (票)

28票の過半数をとればいいので $28\div 2=14$ (票) $14+1=15$ (票) になれば当選確実です。

よってBはあと $15-5=10$ (票) で当選確実

5位のDは1位のCと競います。 $D+C=1+12=13$ (票) これにのこりの票を加えて $13+11=24$ (票)

24票の過半数をとればいいので $24\div 2=12$ (票) $12+1=13$ (票) になれば当選確実です。

よってDはあと $13-1=12$ (票) で当選確実ですが、のこりの票は11票しかないので、Dは当選できません。 → ×

答えは右図のようになります。

A	B	C	D	E
9	10	5	×	8

※ このようにライバルを決定して計算で求める方法に慣れておきましょう。



例題7

42人のクラスの中から、^{がっきゅうい いん}学級委員を2人選びます。A, B, C, D, Eの5人が^{りっごうほ}立候補し、42人全員が1人1票ずつ^{とうひょう}投票します。開票の^{とちゅう}途中で5人の票は表1のようになりました。A~Eの5人があと最低何票とれば当選が確実になるかを表2に書き入れなさい。ただし当選がすでに確実な人は○を、すでに^{らくせん}落選が^{かくじつ}確実な人には×を書きなさい。

表1

A	B	C	D	E
6	12	1	9	7

表2

A	B	C	D	E

答え 省略

[例題7の解説]

$6+12+1+9+7=35$ (票) より35票が開票されているので、のこりは $42-35=7$ (票)

ライバルを決定して計算で求める方法で考えます。

1位のBは2位のDと3位のEと競います。 $B+D+E=12+9+7=28$ (票) これにのこりの票を加えて $28+7=35$ (票)

35票の $\frac{1}{3}$ より多い票をとればいいので $35 \div 3 = 11.66\dots$ (票) $11+1=12$ (票) になれば当選確実です。

Cは12票をとっているのですすでに当選確実です。 → ○

※ 1人を選ぶ場合は $1+1=2$ なので $\frac{1}{2}$ より多い票、つまり過半数の票が必要です。

※ この問題では2人を選ぶので $2+1=3$, つまり $\frac{1}{3}$ より多い票が必要です。



例題と解説

2位のDは1位のBと3位のEと競います。ただし1位のBはすでに当選確実なので考えません。DとEの2人の勝負です。

$$D+E=9+7=16(\text{票}) \quad \text{これにのこりの票を加えて } 16+7=23(\text{票})$$

23票の過半数をとればいいので $23 \div 2 = 11.5(\text{票})$ $11+1=12(\text{票})$ になれば当選確実です。

よってDはあと $12-9=3(\text{票})$ で当選確実

3位のEは1位のBと2位のDと競います。ただし1位のBはすでに当選確実なので考えません。EとDの2人の勝負です。

$$E+D=7+9=16(\text{票}) \quad \text{これにのこりの票を加えて } 16+7=23(\text{票})$$

23票の過半数をとればいいので $23 \div 2 = 11.5(\text{票})$ $11+1=12(\text{票})$ になれば当選確実です。

よってEはあと $12-7=5(\text{票})$ で当選確実

4位のAは1位のBと2位のDと競います。ただし1位のBはすでに当選確実なので考えません。AとDの2人の勝負です。

$$A+D=6+9=15(\text{票}) \quad \text{これにのこりの票を加えて } 15+7=22(\text{票})$$

22票の過半数をとればいいので $22 \div 2 = 11(\text{票})$ $11+1=12(\text{票})$ になれば当選確実です。

よってAはあと $12-6=6(\text{票})$ で当選確実

5位のCは1位のBと2位のDと競います。ただし1位のBはすでに当選確実なので考えません。CとDの2人の勝負です。

$$C+D=1+9=10(\text{票}) \quad \text{これにのこりの票を加えて } 10+7=17(\text{票})$$

17票の過半数をとればいいので $17 \div 2 = 8.5(\text{票})$ $8+1=9(\text{票})$ になれば当選確実です。

よってCはあと $9-1=8(\text{票})$ で当選確実ですが、のこりの票は7票しかないので、Cは当選できません。→ ×

まとめると答えは右図のようになります。

A	B	C	D	E
6	○	×	3	5

※ **すでに当選確実の人を外して考えなければなりません。** そうしなければまちがえてしまいます。



例題8

100人の中から、代表を3人選びます。A, B, C, D, E, F, Gの7人が立候補し、100人全員が1人1票ずつ投票します。開票の途中で7人の票は下の表のようになりました。Eはあと最低何票とれば当選確実ですか。

A	B	C	D	E	F	G	のこりの票 (未開票)
24	19	14	9	4	3	1	26

答え 18票

[例題8の解説]

ライバルを決定して計算で求める方法で考えます。

まず、すでに当選が確実な人がいるかどうかを考えます。

1位のAは2位のBと3位のCと4位のDと競います。 $A+B+C+D=24+19+14+9=66$ (票)

これにのこりの票を加えて $66+26=92$ (票)

92票の $\frac{1}{4}$ より多い票をとればいいので $92 \div 4 = 23$ (票) $23+1=24$ (票) になれば当選確実です。

Aは24票をとっているのですすでに当選確実です。 → ○

2位のBは1位のAと3位のCと4位のDと競います。ただし1位のAはすでに当選確実なので考えません。BとCとDの3人の勝負です。

$B+C+D=19+14+9=42$ (票) これにのこりの票を加えて $42+26=68$ (票)

68票の $\frac{1}{3}$ より多い票をとればいいので $68 \div 3 = 22.66\dots$ (票) $22+1=23$ (票) になれば当選確実です。

よってBはあと $23-19=4$ (票) で当選確実

つまりBはまだ当選確実ではないということがわかり、すでに当選確実なのはAだけということになります。



ではEについて考えましょう。

5位のEは1位のAと2位のBと3位のCと競います。ただし1位のAはすでに当選確実なので考えません。EとBとCの3人の勝負です。

$E+B+C=4+19+14=37$ (票) これにのこりの票を加えて $37+26=63$ (票)

63票の $\frac{1}{3}$ より多い票をとればいいので $63 \div 3 = 21$ (票) $21+1=22$ (票) になれば当選確実です。

よってEはあと $22-4=18$ (票) で当選確実

ポイントまとめ

- 当選するのが1人だけの場合、票を過半数（半分より多く）とれば当選が確実になります。
- 当選するのが1人だけの場合、当選が確実になるために必要な最低の票数は立候補の人数に関係ありません。
- 当選するのが1人だけの場合、開票途中かいひょうとちゅうで1位の人に勝たなければ当選できません。
- ライバルを決定して計算で求める方法では、すでに当選確実の人を外して考えます。