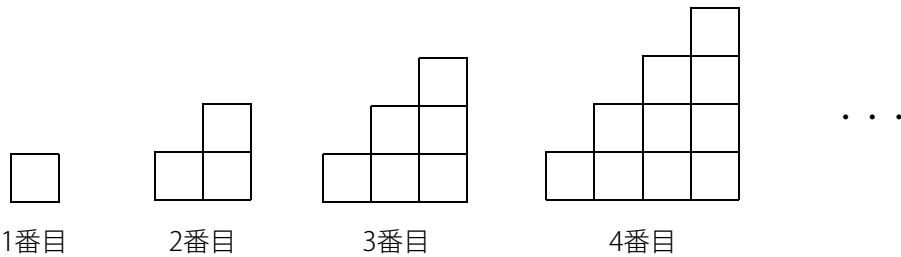




例題 1

一辺の長さが2cmの正方形を下図のように並べていきます。このとき次の問いに答えなさい。



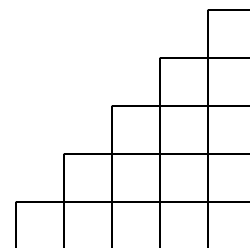
- (1) 5番目には正方形が全部で何個ありますか。
- (2) 66個の正方形を使うのは何番目ですか。
- (3) まわりの長さが120cmになるのは何番目ですか。

答え (1) 15個 (2) 11番目 (3) 15番目

[例題 1 の解説]

- (1) 5番目は右図のようになります。

よって 15個



5番目

(別解)

正方形の個数は2番目で2個増えて、3番目で3個増えて、4番目で4個増えています。

つまり正方形の個数は1番目から、1個、3個、6個、10個、… となっています。

これは、 $1=1$ 、 $3=1+2$ 、 $6=1+2+3$ 、 $10=1+2+3+4$ というふうに三角数になっていることがわかります。

よって5番目は $1+2+3+4+5=(1+5) \times 5 \div 2 = 15$ より15個と求めることができます。



例題と解説

- (2) 正方形の個数は三角数になっています。10番目であれば 1から10までの和なので $(1+10) \times 10 \div 2 = 55$ (個)
10番目までの正方形の個数は下のようになります。

	1番目	2番目	3番目	4番目	5番目	6番目	7番目	8番目	9番目	10番目
正方形の個数	1個	3個	6個	10個	15個	21個	28個	36個	45個	55個

66は10番目の次なので 11番目

※1から10までの和が55になることは覚えておきましょう。

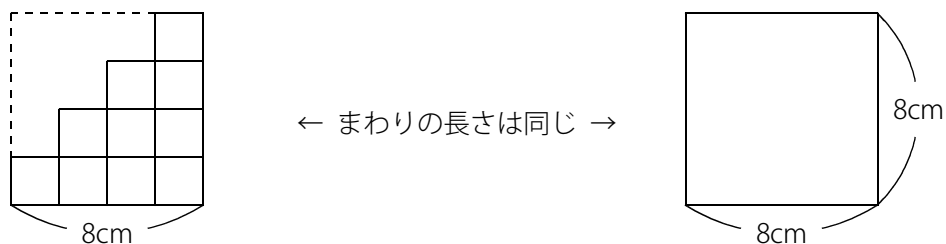
- (3) まわりの長さについて表に整理します。

	1番目	2番目	3番目	4番目
まわりの長さ	8cm	16cm	24cm	32cm

まわりの長さは8cmずつ増えています。また、○番目のまわりの長さは $8 \times \bigcirc$ になっています。

$8 \times \bigcirc = 120$ になるとき、 $\bigcirc = 120 \div 8 = 15$ なので 15番目

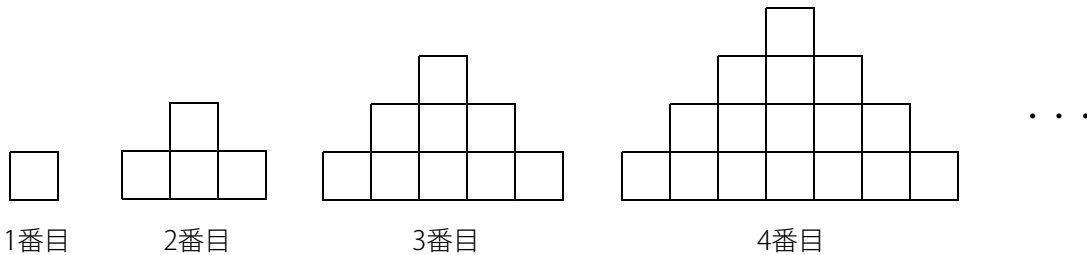
まわりの長さを求めるとき、下図のように大きな正方形にしてもまわりの長さが同じであることを利用しましょう。





例題2

一辺の長さが2cmの正方形を下図のように^{なら}並べていきます。このとき次の問いに答えなさい。



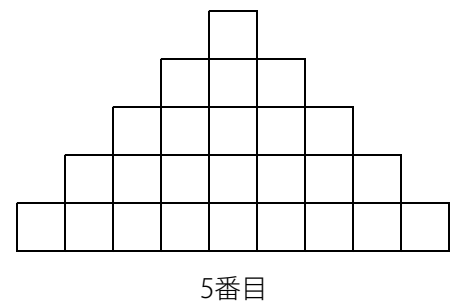
- (1) 5番目には正方形が全部で何個ありますか。
- (2) 8番目の形のまわりの長さは何cmですか。
- (3) まわりの長さが140cmになるのは何番目ですか。

答え (1) 25個 (2) 92cm (3) 12番目

[例題2の解説]

- (1) 5番目は右図のようになります。

よって 25個



(別解)

1番目は1個、2番目は $1+2+1$ なので4個、3番目は $1+2+3+2+1$ なので9個

4番目は $1+2+3+4+3+2+1$ なので16個

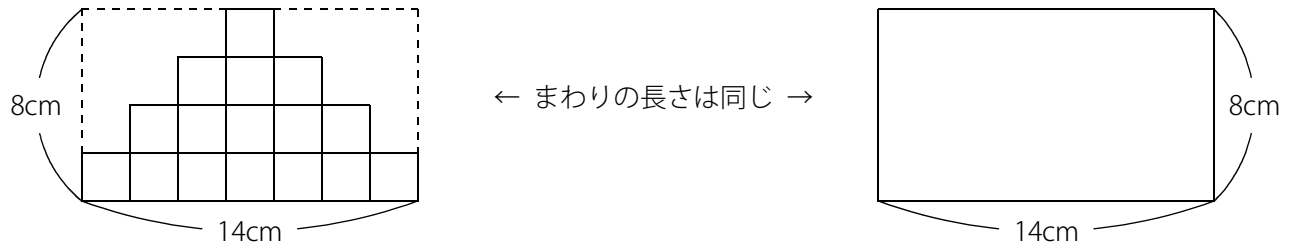
これは、 $1=1\times 1$ 、 $4=2\times 2$ 、 $9=3\times 3$ 、 $16=4\times 4$ 、 $25=5\times 5$ というふうに四角数になっていることがわかります。

よって、5番目は 5×5 より25個と求めることができます。



例題と解説

- (2) まわりの長さを求めるときは下図のように長方形で考えましょう。



まわりの長さについて表に整理します。

	1番目	2番目	3番目	4番目
まわりの長さ	8cm	20cm	32cm	44cm

$\xrightarrow{12} \xrightarrow{12} \xrightarrow{12}$

よって、まわりの長さは8から始まって12ずつ増える等差数列であることがわかります。

1番目から8番目は間数が7個なので、8から12が7個増えます。

$$8 + 12 \times 7 = 92(\text{cm})$$

- (3) 8, 20, 32, 44, 56, 68, 80, 92, 104, 116, 128, 140 となるので、12番目であることがわかります。

(別解)

140cmになるときを○番目とします。

$$8 + 12 \times (\bigcirc - 1) = 140 \text{ となればよいので}$$

$$12 \times (\bigcirc - 1) = 132$$

$$\bigcirc - 1 = 11$$

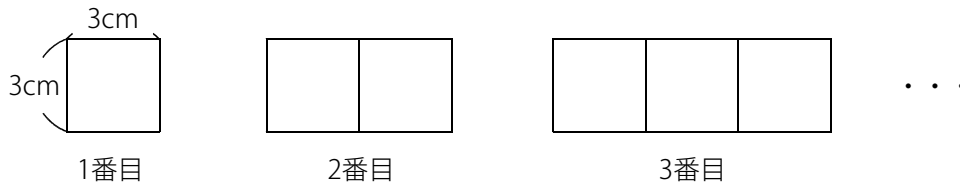
$$\bigcirc = 12$$

よって 12番目



例題3

1本3cmの棒を下図のように^{ぼう}並^{なら}べていきます。このとき次の問いに答えなさい。



- (1) 5番目には全部で棒を何本使いますか。
- (2) 46本の棒を使うのは何番目ですか。
- (3) 46本の棒を使ってできる長方形の横の長さは何cmですか。

答え (1) 16本 (2) 15番目 (3) 45cm

[例題3の解説]

- (1) 5番目は右図のようになります。

よって 16本



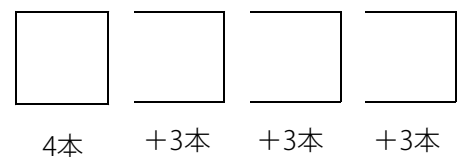
(別解)

棒の本数を表に整理します。

	1番目	2番目	3番目
棒の本数	4本	7本	10本

$\xrightarrow{3}$ $\xrightarrow{3}$

図で表すと →



棒は3本ずつ増えていることがわかります。4から始まって3ずつ増える等差数列です。

$$4 + 3 \times (5 - 1) = 16(\text{本})$$



例題と解説

- (2) 棒の本数は4から始まって3ずつ増える等差数列です。

46本の棒を使うときを○番目とします。

$$4 + 3 \times (\bigcirc - 1) = 46$$

$$3 \times (\bigcirc - 1) = 42$$

$$\bigcirc - 1 = 14$$

$$\bigcirc = 15$$

よって 15番目

(別解)

書き上げて求めます。

4 , 7 , 10 , 13 , 16 , 19 , 22 , 25 , 28 , 31 , 34 , 37 , 40 , 43 , 46 , ...

よって 15番目

- (3) 46本の棒を使うのは15番目です。

○番目には横に○本の棒が^{なら}並んでいます。

よって15番目は $3 \times 15 = 45(\text{cm})$

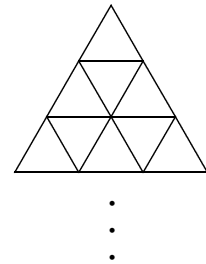


例題と解説

例題 4

右図のように同じ長さの棒を並べて正三角形を作っていきます。

10段目まで並べたとき、棒は全部で何本使いますか。

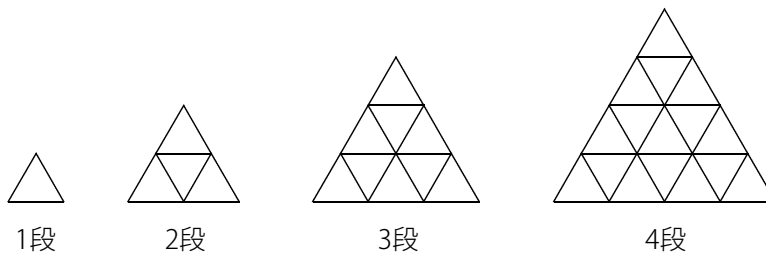


1段目
2段目
3段目
⋮

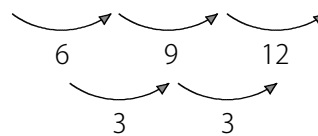
答え 165本

[例題 4 の解説]

4段目まで書いて棒の本数を表に整理します。



	1段	2段	3段	4段
棒の本数	3本	9本	18本	30本



差は6、9、12、…となっていて、その差はすべて3になっています。これにしたがって10段目まで調べます。



例題と解説

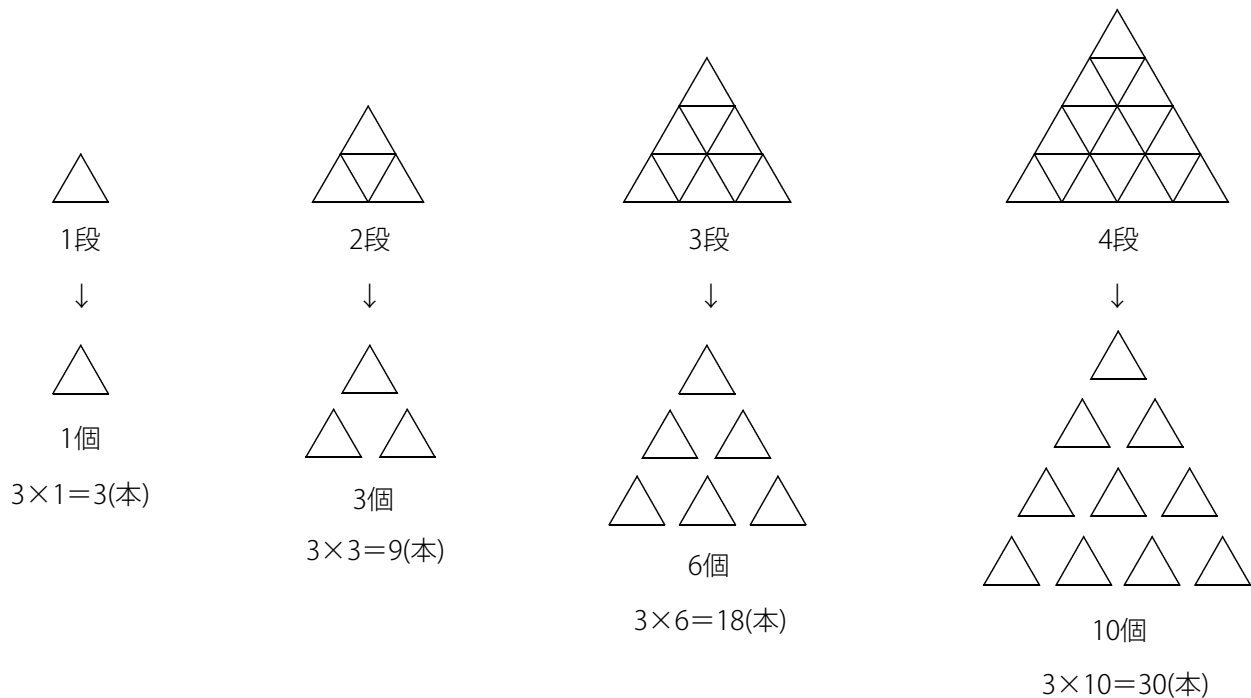
	1段	2段	3段	4段	5段	6段	7段	8段	9段	10段
棒の本数	3本	9本	18本	30本	45本	63本	84本	108本	135本	165本

$\xrightarrow{6}$ $\xrightarrow{9}$ $\xrightarrow{12}$ $\xrightarrow{15}$ $\xrightarrow{18}$ $\xrightarrow{21}$ $\xrightarrow{24}$ $\xrightarrow{27}$ $\xrightarrow{30}$

よって10段目まで並べたときは165本

(別解)

下図のように正三角形をバラバラにすると数えやすくなります。



正三角形の個数は1個、3個、6個、10個、…というふうに三角数になっています。

10段のとき、1から10までの和は $(1+10) \times 10 \div 2 = 55$ なので正三角形の個数は55個

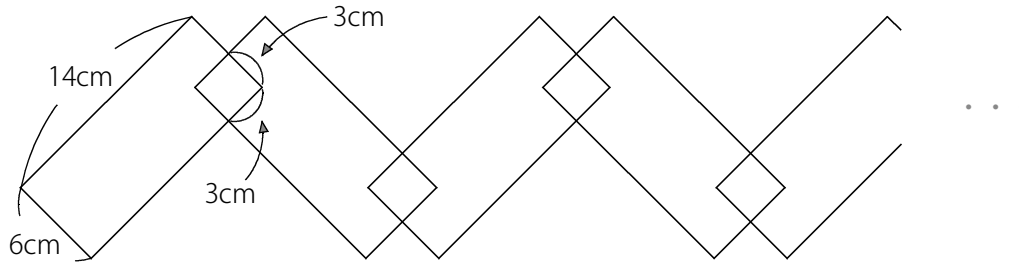
1個で3本使うので $3 \times 55 = 165(\text{本})$



例題と解説

例題 5

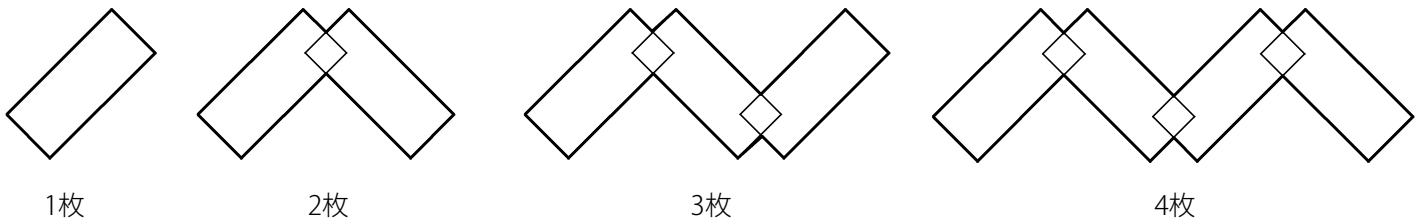
下図のように横6cm、たて14cmの長方形の紙を^{かさ}重なる部分が一辺3cmの正方形になるように^{なら}並べていきます。
長方形の紙を10枚使うとき、全体のまわりの長さは何cmですか。



答え 292cm

[例題 5 の解説]

4枚までのまわりの長さを求めて表に整理します。



	1枚	2枚	3枚	4枚
周りの長さ	40cm	68cm	96cm	124cm

28 28 28

よって、40から28ずつ増える等差数列であることがわかります。

10枚のときは $40 + 28 \times (10 - 1) = 292\text{cm}$

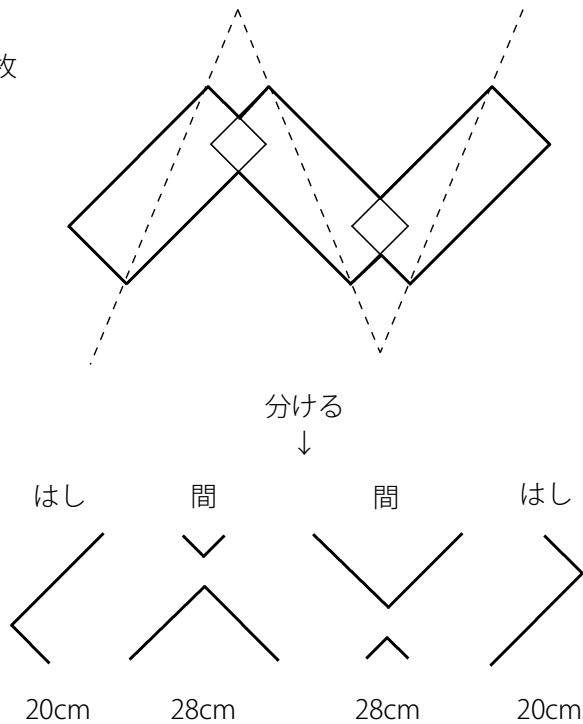


例題と解説

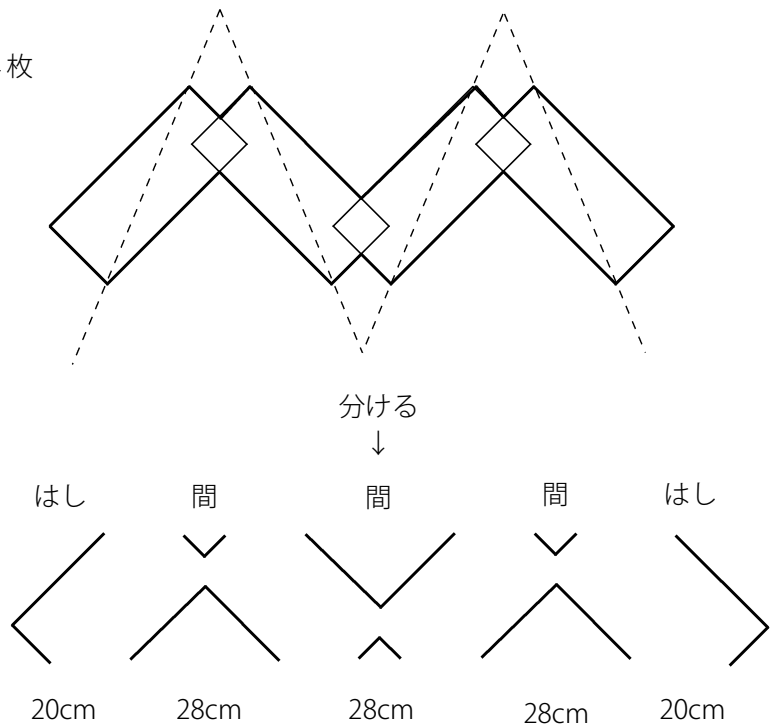
(別解)

両はしと^{あいだ}間に分けて考えます。

3枚



4枚



上図のようにはしと間に分けて考えると、3枚のときは間が2個、4枚のときは間が3個あることがわかります。

はしは20cm、間は28cm

10枚のときは、はしが2個で、間が9個なので、 $20 \times 2 + 28 \times 9 = 292\text{cm}$

ポイントまとめ

- 表に整理してみると三角数や四角数や等差数列などのような規則^{きそく}が分かることがあります。