



例題 1

それぞれあるきまりにしたがって数が並んでいます。アにあてはまる数を求めなさい。

(1) 1 , 5 , 9 , 13 , ア , 21 , 25 , 29 , 33 , ...

(2) 7 , 10 , 13 , 16 , 19 , 22 , 25 , ア , 31 , ...

(3) 99 , 92 , 85 , 78 , 71 , ア , 57 , 50 , 43 , ...

答え (1) 17 (2) 28 (3) 64

[例題 1 の解説]

あるきまりにしたがって並んでいる数の列を^{すうれつ}数列といいます。

数列の中でも特に同じ数ずつ増えたり減ったりしていく数列を^{とうさすうれつ}等差数列といいます。

(1) 4ずつ増える等差数列です。

よって、 $\text{ア} = 13 + 4 = 17$

(2) 3ずつ増える等差数列です。

よって、 $\text{ア} = 25 + 3 = 28$

(2) 7ずつ減る等差数列です。

よって、 $\text{ア} = 71 - 7 = 64$



例題 2

あるきまりにしたがって数が並んでいます。^{なら}2を1番目、6を2番目の数とします。このとき次の問いに答えなさい。

2 , 6 , 10 , 14 , 18 , 22 , ...

- (1) 15番目の数を求めなさい。
- (2) 50番目の数を求めなさい。
- (3) 90は何番目の数ですか。
- (4) 170は何番目の数ですか。

答え (1) 58 (2) 198 (3) 23番目 (4) 43番目

[例題 2 の解説]

- (1) 15番目まで書き出します。

2 , 6 , 10 , 14 , 18 , 22 , 26 , 30 , 34 , 38 , 42 , 46 , 50 , 54 , 58

よって、(15番目の数)=58

(別解)

書き出さずに計算で求めます。

ここで植木算を思い出して ^{うえ き ぜん}間 ^{あいだ かず}の数に着目しましょう。

例えば6番目までであれば右図のようになるので、

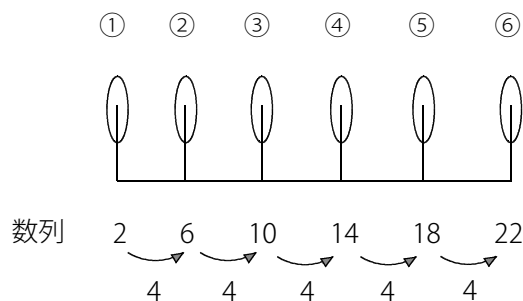
(間の数)=6-1=5(個)

右図のように2から4ずつ5個分増えます。

よって、(6番目の数)= $2+4\times 5=22$ であることがわかります。

同じように15番目までであれば、(間の数)= $15-1=14$ (個)

2から4ずつ14個分増えるから、(15番目の数)= $2+4\times 14=58$





例題と解説

- (2) 50番目まで書き出してもよいですが、計算で求めましょう。

50番目までであれば、(間の数) $=50-1=49$ (個)

2から4ずつ49個分増えるから、(50番目の数) $=2+4\times 49=198$

計算をまとめておきます。

$$(50番目の数)=2+4\times(50-1)=198$$

このように計算を使えば100番目や1234番目であっても求めることができます。

$$(100番目の数)=2+4\times(100-1)=398$$

$$(1234番目の数)=2+4\times(1234-1)=4934$$

- (3) 書き出して90が何番目に出てくるか求めます。

2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46, 50, 54, 58, 62, 66, 70, 74, 78, 82, 86, 90

よって、90は23番目です。

(別解)

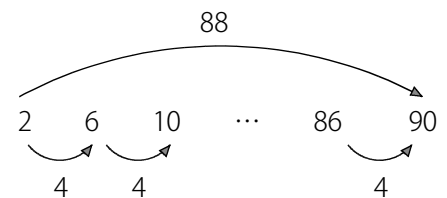
右図のように2から90は $90-2=88$ だから88増えています。

この88は4が何個分でしょうか。 $88\div 4=22$ (個)

よって、(間の数) $=22$ (個) であることがわかります。

間の手数が22個だから木の本数と同じように考えて、数は $22+1=23$ (個)

つまり、90は23番目であることがわかります。



88は4が何個分？



例題と解説

(4) 計算で求めます。

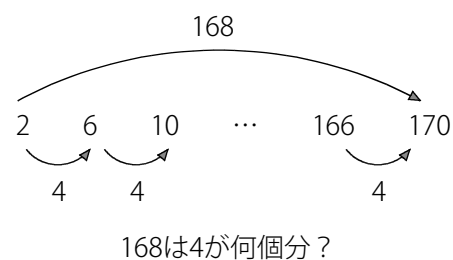
2から170は168増えています。

$168 \div 4 = 42$ より 間の数は42個なので、数は $42 + 1 = 43$ (個)

よって、170は43番目であることがわかります。

計算をまとめておきます。 $(170 - 2) \div 4 + 1 = 43$ (番目)

※慣^なれるまで右図のように図を書いて考えましょう。





例題3

あるきまりにしたがって数が並んでいます。並んでいるすべての数の和を求めなさい。

(1) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

(2) 2, 4, 6, ..., 18

(3) 5, 8, 11, ..., 65

(4) 147, 143, 139, ..., 3

答え (1) 55 (2) 90 (3) 735 (4) 2775

[例題3の解説]

(1) 1ずつ増える等差数列です。足し算をしてすべての数の和を求めます。

$$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10=55$$

(別解)

等差数列の和の公式を使います。

等差数列の和の公式を使えばいっきに和を求めることができます。

$$(\text{等差数列の和}) = (\text{最初の数}) + (\text{最後の数}) \times (\text{数の個数}) \div 2$$

1～10の等差数列でこの公式を使います。

最初は1なので、(最初の数)=1

最後は10なので、(最後の数)=10

数は1～10なので、(数の個数)=10(個)

よって、(等差数列の和) $= (1+10) \times 10 \div 2 = 55$ となります。



例題と解説

なぜ等差数列の和の公式が使えるのかを説明しておきます。

等差数列とその ^{じゅんばん} 順 ^{ぎゃく} 番を ^{さか} 逆 にした数列を上下に並べます。

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11

$11 \times 10 = 110$
 $110 \div 2 = 55$

上図のように上下の数を足すとすべて11で同じになることがわかります。

11が10個で110、これは1～10の和が2つ分なので、 $110 \div 2 = 55$ となります。

等差数列であればこの公式が成り立ちます。

公式を使えば求められますが、1～10の和が55であることは ^{おぼ} 覚えておきましょう。

(2) 2ずつ増える等差数列です。公式を使います。

(最初の数)=2

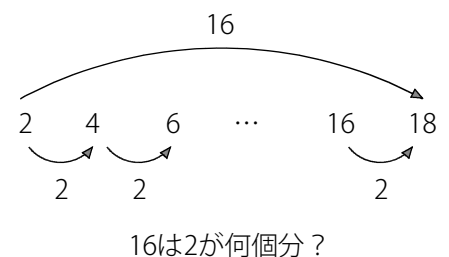
(最後の数)=18

次に数の個数を求めます。

2から18は16増えています。2ずつ増えるので、(間の数)= $16 \div 2 = 8$ (個)

つまり、18は $8 + 1 = 9$ (番目) なので、(数の個数)=9(個)

(等差数列の和)=($2 + 18$) $\times 9 \div 2 = 90$



書き出して数が数の個数 ^{たし} を確かめます。

2 , 4 , 6 , 8 , 10 , 12 , 14 , 16 , 18

18は9番目で数の個数は9個です。



例題と解説

- (3) 3ずつ増える等差数列です。公式を使います。

$$(\text{最初の数})=5$$

$$(\text{最後の数})=65$$

次に数の個数を求めます。

$$5 \text{ から } 65 \text{ は } 60 \text{ 増えています。} 3 \text{ ずつ増えるので、} (\text{間の数}) = 60 \div 3 = 20 (\text{個})$$

$$\text{つまり、} 65 \text{ は } 20 + 1 = 21 (\text{番目}) \text{ なので、} (\text{数の個数}) = 21 (\text{個})$$

$$(\text{等差数列の和}) = (5 + 65) \times 21 \div 2 = 735$$

- (4) 4ずつ減る等差数列です。公式を使います。

$$(\text{最初の数})=147$$

$$(\text{最後の数})=3$$

次に数の個数を求めます。

$$147 \text{ から } 3 \text{ は } 144 \text{ 減っています。} 4 \text{ ずつ減るので、} (\text{間の数}) = 144 \div 4 = 36 (\text{個})$$

$$\text{つまり、} 3 \text{ は } 36 + 1 = 37 (\text{番目}) \text{ なので、} (\text{数の個数}) = 37 (\text{個})$$

$$(\text{等差数列の和}) = (147 + 3) \times 37 \div 2 = 2775$$



例題4

あるきまりにしたがって数が^{なら}並んでいます。98を1番目、92を2番目の数とします。このとき次の問いに答えなさい。

98 , 92 , 86 , 80 , … , 2

- (1) 11番目の数はいくつですか。
- (2) ^{なら}並んでいるすべての数の和を求めなさい。
- (3) 4番目から14番目までの数の和を求めなさい。

答え (1) 38 (2) 850 (3) 550

[例題4の解説]

- (1) 6ずつ減る等差数列です。

11番目なので、1番目から11番目の間の数は $11-1=10$ (個)

98から6ずつ10個分減るので、 $98-6\times 10=38$

式をまとめておきます。

$$98-6\times(11-1)=38$$

- (2) 等差数列の和の公式を使います。

(最初の数)=98

(最後の数)=2

98から2は96減っています。6ずつ減るので、(間の数) $=96\div 6=16$ (個)

つまり、2は $16+1=17$ (番目) なので、(数の個数) $=17$ (個)

$$(\text{等差数列の和})=(98+2)\times 17\div 2=850$$



例題と解説

(3) (4番目の数) $=98-6\times(4-1)=80$

(14番目の数) $=98-6\times(14-1)=20$

等差数列の和の公式を使います。

(最初の数) $=(4番目の数)=80$

(最後の数) $=(14番目の数)=20$

4番目から14番目なので、(数の個数) $=14-4+1=11$ (個)

(等差数列の和) $=(80+20)\times 11\div 2=550$

※4番目から14番目で (数の個数) $=10$ (個) としないように注意しましょう。

④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭

(間の数) $=10$ (個)

(数の個数) $=11$ (個)

例えば、3番目から5番目であれば (数の個数) $=3$ (個) です。2個ではありません。

ポイントまとめ

- あるきまりにしたがって並んでいる数の列を^{すうれつ}数列といいます。
- 数列の中でも特に同じ数ずつ^ふ増えたり^へ減ったりしていく数列を^{とうさすうれつ}等差数列といいます。
- ^{うえきざん}植木算を思い出して^{あいだかず}間の数に着目しましょう。
- 等差数列の和の公式 (等差数列の和) $=(\text{最初の数})+(\text{最後の数})\times(\text{数の個数})\div 2$
- 10番目から100番目であれば数の個数は91個です。